

입력 지연을 갖는 배터리 시스템의 중심성 분석을 활용한 동기화 연구

이 찬 우*, 이 용 권°, 김 영 재*, 권 오 민°, 이승 훈**, 윤 재 중*

A Synchronization via Centrality Analysis of Battery Systems with Input Delay

Chan-woo Lee*, Yeong-jae Kim*, Yong-gwon Lee*,
 Oh-min Kwon°, Seung-hoon Lee**, Jae-jung Yun*

요 약

본 논문에서는 입력 지연을 갖는 전기적으로 연결된 배터리 시스템의 중심성 분석을 활용한 동기화 제어기 설계가 연구되었다. 리아프노프-크라소프스키 함수(Lyapunov-Krasovskii functionals), 중심성 분석 방법, 몇 가지 보조정리와 수학적 사실들을 이용하여, 시스템의 동기화를 위한 선형 행렬 부등식의 형태로 조건을 도출하며, 동기화 제어기 이득을 구한다. 얻어진 결과의 유효성 분석을 위해서 배터리 시스템 등가회로 수치 예제에 적용하고, 중심성 분석 활용 유무에 따른 결과를 비교하였다.

키워드 : 동기화, 리아프노프-크라소프스키 함수법, 배터리 시스템, 시간 지연, 선형 행렬 부등식

Key Words : Synchronization, Lyapunov-Krasovskii Functionals, Battery system, Time-delay, Linear Matrix Inequality

ABSTRACT

In this paper, synchronization controller design via centrality analysis of electrically connected battery systems with input delay is studied. By utilizing Lyapunov-Krasovskii functionals (LKF), centrality analysis method, some useful lemmas and mathematical facts, a synchronization criterion is derived in terms of linear matrix inequalities (LMIs) and the synchronization controller gain is obtained through the feasible solution of the established LMIs. For analyzing effectiveness of the proposed result, a set of battery systems equivalent circuit numerical example is applied, results with or without centrality analysis utilization are compared.

※ 본 연구는 교육부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업 및 지자체-대학 협력기반 지역혁신 사업의 결과물임(No.2020R1 A6A1A12047945, No.RS-2023-00271179, No.2021RIS-001).

• First Author : School of the Electrical Engineering, Chungbuk National University, semisu222@cbnu.ac.kr, 학생회원

° Corresponding Author : School of the Electrical Engineering, Chungbuk National University, madwind@cbnu.ac.kr, 정회원

* School of the Electrical Engineering, Chungbuk National University, leeywkgg@cbnu.ac.kr, 학생회원; cel2020@cbnu.ac.kr, 학생회원; jjyun@cbnu.ac.kr

** Department of Electrical and Electronics Engineering, Korea Maritime & Ocean University, shlee@kmou.ac.kr

논문번호 : 202405-086-0-SE, Received April 29, 2024; Revised June 6, 2024; Accepted June 6, 2024

I. 서 론

배터리에는 셀(Cell)이라는 기본적인 단위가 존재하며, 셀들은 다양한 부하의 조건에 맞게 직·병렬로 연결되어 모듈화 및 패키징 된다. 패키징 되어 운용되는 배터리는 수많은 충·방전 사이클 과정에서 셀 사이에 불균형이 발생할 수 있다. 불균형은 일반적으로 직렬로 연결된 셀 간 전압 불균형과 잔류 충전용량의 불균형으로 나타나는데, 불균형에 따른 부작용으로는 전기적 순환 전류, 과충전 및 과방전이 존재한다. 이러한 불균형 상태가 지속되면 배터리는 최대 충전용량의 저하, 수명 감소, 심지어는 화재를 유발할 수 있다. 따라서, 배터리를 효율적이고 안전하게 이용하기 위해서는 배터리 셀 사이의 전압 또는 잔류 충전용량을 비교하여 적절하게 평형을 유지해주는 것이 중요하다¹⁾.

셀 들의 전압 및 잔류 충전용량 평형을 유지하는 방법으로는 대표적으로 수동 셀 밸런싱 방법과 능동 셀 밸런싱 방법이 존재한다. 수동 셀 밸런싱 방법은 셀마다 저항을 병렬로 삽입하여 최저 잔여 충전용량을 가지고 있는 셀을 기준으로 불균형 용량을 소비시키는 방법이며, 능동 셀 밸런싱 방법은 스위칭 소자와 디지털 제어 로직을 통해 잔류 용량의 평균치를 기준으로 전기에너지를 재분배하는 방법이다²⁾.

편리한 제어방법과 간단한 회로 구조를 갖는다는 장점에 따라 수동 셀 밸런싱 방법은 현재까지도 많은 관심을 받고 있다. 하지만, 결과적으로 저항을 통한 전기에너지의 소비, 그리고 배터리 관리 시스템의 열관리 알고리즘에 의한 제한적인 균형화 속도는 수동 셀 밸런싱 방법이 극복해야 하는 문제이다. 반면에, 셀 간 결선되어 있는 전기회로의 적절한 스위칭 제어를 통해 에너지 평형을 수행하는 능동 셀 밸런싱 방법은 에너지 소모가 적고 셀 간 전압 및 잔류 충전용량의 균형화까지 필요한 시간이 단축될 수 있다는 장점이 있어, 최근에는 배터리 에너지 저장 시스템 (Battery Energy Storage System: BESS) 시장의 발전과 함께 능동 셀 밸런싱에 대한 관심이 증가하고 있다³⁾.

한편, 동시에 많은 셀의 전압을 측정하고, 연산 처리 과정에서 발생하는 통신 지연, 밸런싱 과정에서 전기적 물성에 의해 발생하는 지연 현상은 능동 셀 밸런싱 방법의 안정성을 저해하는 치명적인 방해물이다. 이러한 시간 지연 현상은 일반적으로 시스템에 부정확한 제어입력을 발생시켜 전체 시스템을 불안정하게 하고 시스템 성능을 저해하는 것으로 알려져 있다⁴⁾. 하지만, 주파수 영역에서의 시간 지연 현상 해석은 무한차원의 해를 갖기 때문에, 시간 지연 현상에 관한 연구는 시간 영역에

서 Lyapunov-Krasovskii Functional(LKF)을 설계하여 이루어진다⁴⁾.

이때, LKF를 통한 제어기 설계와 안정성 판별을 위한 조건은 선형 행렬 부등식(Linear Matrix Inequalities :LMIs) 형태로 유도하여 설계된 LMIs가 더 큰 시간 지연을 보장할 수 있도록 다양한 수학적 기법들이 연구되고 있다. 대표적으로 LKF의 도함수에 존재하는 적분 성분을 LMIs의 조건으로 유도하기 위한 적분 부등식^{5,6)}과 시간 지연의 상계를 증가시키기 위한 영등식과 같은 다양한 수학 기법이 개발되었다⁷⁾.

한편, 여러 개체로 이루어진 다중 시스템의 출력이 특정 상태 또는 리더 시스템을 따라 수렴하도록 설계된 LKF 기반 Multi-Agent Systems(MASs)의 동기화 전략은 전압 또는 잔류 충전용량의 크기를 균형화해야 하는 셀 밸런싱 방법의 설계 목적과 유사하다는 특징이 있다. 이를 이용한 과거의 MASs 전략에 따른 밸런싱 연구에서는 배터리 모델을 고려하지 않고 배터리의 연결 관계만을 고려한 모델프리(Model-free) 능동 셀 밸런싱 연구가 진행되기도 하였다⁸⁾. 하지만, 시간 지연 현상, 잡음(Noise)와 같은 시스템의 안정성을 저해하는 제약조건을 고려하지 않은 배터리 모델에 대한 셀 밸런싱 연구가 갖는 한계점은 명확하다. 따라서, 본 연구에서는 LKF 기법을 통한 MASs의 동기화 전략을 활용하여 리튬이온 배터리들의 잔여 충전용량의 균형을 위한 이론적 능동 셀 밸런싱 전략을 연구하였다.

본 논문에서는 지연된 밸런싱 입력(전류)이 존재하는 배터리 셀의 전기적 특성과 능동 셀 밸런싱의 스위칭 회로를 고려하기 위해 2차 RC 회로 모델을 사용하였으며⁹⁾, 전기회로 구조를 그래프(Graph)로 표현하고 그래프에 대한 중심성 분석 결과를 활용한 MASs의 동기화 전략을 제안하였다¹⁰⁾. 이를 위해 2장에서는 배터리 시스템 설정에 관한 내용을 다루며 하여 그래프의 노드와 경로에 가중치가 부여된 매개 중심성 분석방법을 소개한다. 3장에서는 지연 입력을 고려한 배터리 시스템의 밸런싱 제어기 설계조건과 유도과정에 대해 다룬다. 4장에서는 제안된 지연 입력이 존재하는 배터리 시스템의 능동 셀 밸런싱 전략에 대한 중심성 이론의 유효성을 검증하기 위해 수치 예제를 통한 시뮬레이션 결과 도출과 비교 분석을 다루며, 마지막으로 5장을 통해 본 논문의 연구에 대해 결론짓는다.

표기법. 이 논문에서 \mathbb{R}^n 은 유클리드 벡터 공간에서의 n 차원이고, $\mathbb{R}^{n \times m}$ 은 $n \times m$ 행렬이다. I_n 은 $n \times n$ 항등행렬이고, 0_n 과 $0_{n \times m}$ 은 $n \times n$ 영행렬과 $n \times m$ 영행렬이다. 행렬 X 가 $X > 0$ 는 양한정 행렬임을 뜻하고, 정

사각행렬 X 에서 $Sym(X)$ 는 X 와 X^T 의 합이다. 즉, $Sym(X) = X + X^T$ 이다. $diag\{\dots\}$ 는 대각행렬, $Col\{\dots\}$ 은 열행렬이다. $X_{[f(t)]} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 은 행렬 $X_{[f(t)]}$ 의 최소 하나의 원소가 스칼라 함수 $f(t)$ 에 대하여 affinely dependent하다. 행렬 $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $B \in \mathbb{R}^{p \times q}$ 일 때, $A \otimes B$ 는 행렬 A 와 B 의 크로네커 곱으로, A 의 요소 하나하나에 B 를 곱한다. 따라서 $A \otimes B \in \mathbb{R}^{np \times mq}$ 가 된다.

II. 배터리 동기화 시스템의 문제설정

이 장에서는 배터리 시스템의 동기화에 대해서 고려한다.

배터리 시스템의 상태와 동적 특성을 정의하기 위해서 제안된 배터리의 등가회로를 이용한다. 배터리의 등가회로는 그림 1과 같다⁹⁾.

배터리의 등가회로는 두 개의 분리된 회로로 구성된다. 그림 1에서 나타난 분리된 회로 중에 좌측에 있는 회로는 C_c 를 통해서 충전과 방전 과정 중에 저장된 전하량과 저장 용량을 모델링 하는 회로이다. 우측에 있는 회로는 내부저항 R_s , R_{ts} , R_{tl} 와 커패시터 C_{ts} , C_{tl} 을 이용하여 부하에 대한 과도응답을 모델링한 회로이다. 전압원 $V_{(V_{soc})}$ 는 개방전압이고, V_{soc} 는 배터리의 State of Charge(SoC)를 정량적으로 나타낸 것이다. 그리고, I_b 는 C_c 를 충전 및 방전시키는 전류원이다. V_{soc} 는 개방전압, V_{ts} 는 R_{ts} 에 걸리는 전압, V_{tl} 은 R_{tl} 에 걸리는 전압이다.

그림 1의 등가회로는 배터리 셀 하나의 등가회로를 나타낸다. 배터리 모듈 혹은 패키지 내부의 N개의 셀이 연결되어 각각의 셀이 서로 전류를 교환할 수 있으며, 지연 입력이 고려된 배터리 시스템은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_o(t) &= Ax_o(t), \quad y_o(t) = Cx_o(t), \\ \dot{x}_i(t) &= Ax_i(t) + \sum_{j=1}^m g_{ij} Dx_j(t) + Bu_i(t-h(t)), \\ y_i(t) &= Cx_i(t). \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

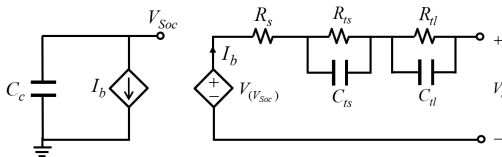


그림 1. 배터리 시스템의 2차 RC 가 회로
Fig. 1. Second-order RC circuit of battery system

$$\begin{aligned} x(t) &= [V_{oc}, V_{ts}, V_{tl}]^T, \quad A = \text{diag}\left(0, \frac{-1}{R_{ts}C_{ts}}, \frac{-1}{R_{tl}C_{tl}}\right), \\ B &= \left[\frac{1}{C_c}, \frac{1}{C_{ts}}, \frac{1}{C_{tl}}\right]^T, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \text{diag}\{1, 1, 1\}. \end{aligned}$$

이다.

수식(1)에서 $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 시스템의 i 번째 상태벡터를 의미하며, $y_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 $x_i(t)$ 에 대한 출력벡터를 의미한다. 출력이 의미하는 바는 SoC가 된다. 즉, $y_1(t)$ 는 첫 번째 셀의 SoC가 된다. $u_i(t) \in \mathbb{R}^1$ 는 시스템의 i 번째 입력 벡터이며, 행렬 A, B, C, D 는 배터리 시스템의 정보를 가진 주어진 행렬이다. 양의 상수 g_{ij} 는 i 번째 노드와 j 번째 노드 간 연결 관계를 의미한다. $h(t)$ 는 시변 시간 지연으로 $0 \leq h(t) \leq h_M$ 의 조건을 만족한다.

$y_o(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 시스템의 동기화를 위한 SoC 목표치이며, $x_o(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 이에 대한 목적 상태벡터이다. 배터리 시스템에서는 현재 SoC에서의 셀의 전압과 목표로 하는 SoC에서의 셀의 전압의 차이를 통해서 오차 신호로 설정할 수 있다. 따라서 오차 상태 시스템은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} e_i(t) &= x_o(t) - x_i(t), \\ u_i(t) &= K(y_o(t) - y_i(t)) = KC(x_o(t) - x_i(t)), \\ \dot{e}(t) &= [(I_m \otimes A) + (E \otimes D)]e(t) \\ &\quad - (I_m \otimes BKC)e(t-h(t)). \end{aligned} \quad (2)$$

이때 최종 오차 신호 벡터 $e(t)$ 는 $e(t) = [e_1^T(t), e_2^T, \dots, e_m^T(t)]^T$ 이다.

다음의 그림 2과 같이 구성된 MASs의 구조를 그래프 이론에 따라 수치화하면 수식 (3)의 G 로 표현이 가능하다. 따라서, 그림 2의 구조를 갖는 MASs의 동기화 조건을 유도하기 위해 G 그래프를 수식 (2)의 E 에 대입하여 활용할 수 있다.

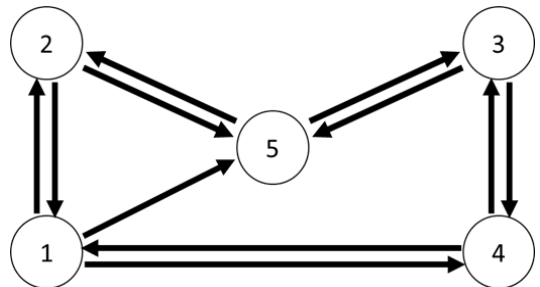


그림 2. 중심성 분석을 고려하지 않은 MASs 구조
Fig. 2. MASs structure of graph G

$$G = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

리플라시안 행렬 그래프를 활용하거나, 적절한 제어기를 추가하는 방법 등으로 수식 (3)과 같은 가중치 없는 그래프를 이용하여도, MASs의 동기화는 가능하지만 각 노드 간의 연결성을 분석하여 노드와 노드들을 연결하는 경로에 가중치를 부여하는 중심성 분석기법을 통해 MASs의 동기화 성능을 개선할 수 있다¹⁰⁾. 그중, 매개 중심성 분석기법은 임의의 노드 2개를 횡단하는 최단 경로에 특정 노드와 경로가 얼마나 연관되어 있는지에 대한 가중치를 부여하는 중심성 분석기법이다. 그림 2와 수식 (3)으로 표현된 MASs는 매개 중심성 분석기법을 통해 그림 3, 수식 (4)의 그래프로 가중치를 부여할 수 있다.

$$G_C = \begin{bmatrix} -1.00 & 0.46 & 0 & 0.54 & 0 \\ 0.4 & -1.00 & 0 & 0 & 0.60 \\ 0 & 0 & -1.00 & 0.36 & 0.64 \\ 0.45 & 0 & 0.55 & -1.00 & 0 \\ 0.31 & 0.31 & 0.38 & 0 & -1.00 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

본 논문에서는 개선된 능동 셀 밸런싱 전략을 연구하기 위해 이후 제어 성능 분석에 셀 간 연결성에 중심성 분석을 반영한 경우($E = G_C$)와 그렇지 않은 경우($E = G$)의 밸런싱 제어기를 설계하고 그 결과를 비교한다.

시간 지연을 고려한 시스템의 안정성에 관한 연구는 LKF 분석방법이 갖는 장점을 활용해서 연구되고 있다. 시간 지연과 최대 시간 지연 $h(t), h_M$ 을 고려한 LKF를 다음과 같이 선정할 수 있다.

$$V(t) = \sum_{i=1}^3 V_i(t). \quad (5)$$

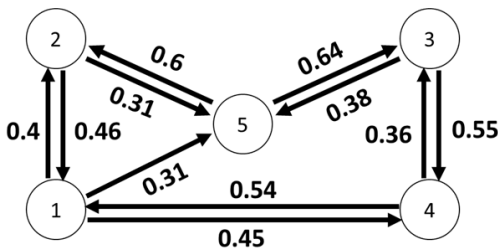


그림 3. 중심성 분석을 고려한 MASs 구조
Fig. 3. MASs structure of graph G_C

여기서 $V_i(t)$ ($i=1,2,3$)는

$$V_1(t) = \left[\int_{t-h_M}^t e(s) ds \right]^T \frac{1}{P} \left[\int_{t-h_M}^t e(s) ds \right],$$

$$V_2(t) = \int_{t-h_M}^t \left[\int_s^t \dot{e}(s) ds \right]^T \frac{1}{R} \left[\int_s^t \dot{e}(s) ds \right] ds,$$

$$V_3(t) = h_M \int_{t-h_M}^t \int_s^t \dot{e}^T(u) Q \dot{e}(u) du ds$$

이다.

다음으로 LKF의 도함수 상계를 구하기 위한 여러 가지 이론적인 도구들을 정리한다.

보조정리 1¹⁵⁾: 양의 정부호 행렬 $W > 0$ 과, 구간 $[a, b] \in \mathbb{R}^n$ 에서 임의의 모든 연속 함수 ω 에 대하여 다음과 같은 부등식이 성립한다.

$$\int_a^b \omega^T(s) W \omega(s) ds \geq \frac{1}{b-a} \left(\int_a^b \omega(s) ds \right)^T W \left(\int_a^b \omega(s) ds \right) + \frac{3}{b-a} \gamma_1^T(s) W \gamma_1(s) + \frac{5}{b-a} \gamma_2^T(s) W \gamma_2(s).$$

여기서 $\gamma_1(s), \gamma_2(s)$ 는 각각

$$\gamma_1(s) = \int_a^b \omega(s) ds - \frac{2}{b-a} \int_a^b \int_s^b \omega(u) dud s,$$

$$\gamma_2(s) = \int_a^b \omega(s) ds - \frac{6}{b-a} \int_a^b \int_s^b \omega(u) dud s + \frac{12}{(b-a)^2} \int_a^b \int_s^b \int_u^b \omega(v) dv dud s$$

이다.

보조정리 2 ([6]): 양의 정부호 행렬 $M_1, M_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 양의 스칼라 $0 < \alpha < 1$, 일반 행렬 $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 벡터 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ 가 주어졌을 때, 함수 $\psi(\alpha)$ 에 대해서 다음의 부등식이 성립한다.

$$\psi(\alpha) = \frac{1}{\alpha} x_1^T M_1 x_1 + \frac{1}{1-\alpha} x_2^T M_2 x_2 \geq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_1 & S \\ S^T & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

여기서, $\begin{bmatrix} M_1 & S \\ S^T & M_2 \end{bmatrix} \geq 0$ 의 조건을 만족한다.

Remark 1. LKF (5)는 시변 시간지연이 있는 시스템의 안정성 판별을 위해 선정되었다. 기존의 연구들과 다르게 LKF (5)에서 $V_1(t), V_2(t)$ 에서 적분항으로 표현된 추가적인 상태벡터를 선정하였다. 하지만, LKF의 도함수를 구하게 되면 $\dot{V}_3(t)$ 에는 적분항 내에 2차 항을 포함하게 된다. 안정성 조건을 유도하기 위해서는 선형 행렬 부등식의 형태로 나타내어야 하는데, 적분항 내에 2차 항이 포함되어 있으면 선형 행렬 부등식의 형태로 나타내기 힘들다. 따라서 2차 항을 선형 행렬 부등식의 형태로 다루기 위해서 앞서 설명한 보조정리 1과 보조정리 2와 같은 수학적 기법들을 이용하여 2차 항으로 유도한 다음 이들의 0보다 작은 조건을 찾는다.

III. 배터리 시스템의 동기화 문제 분석

이 절에서는 이전 절에서 설정한 LKF와 오차 신호 시스템 (2)를 통해 시스템의 안정성 조건과 동기화 제어기를 설계하기 위한 수학적 관계를 보조정리 1, 2를 통해서 유도할 것이다. 유도과정에서 필요한 행렬 및 벡터들을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \zeta(t) &= \text{col}\{e(t), e(t-h(t)), e(t-h_M), \dot{e}(t), \\ &\frac{1}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t e(s)ds, \frac{1}{h_M-h(t)} \int_{t-h_M}^{t-h(t)} e(s)ds, \\ &\frac{1}{(h(t))^2} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t e(u)duds, \\ &\frac{1}{(h_M-h(t))^2} \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \int_s^{t-h(t)} e(u)duds\}, \end{aligned}$$

$$e_i = \begin{bmatrix} 0_{nm \times (i-1)nm}, I_{nm}, 0_{nm \times (8-i)nm} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{8nm \times nm} \quad (i = 1, 2, \dots, 8),$$

$$e_0 = 0_{8nm \times nm},$$

$$\eta_{[h(t)]} = h(t)e_5 + (h_M-h(t))e_6,$$

$$\alpha(t) = \begin{bmatrix} e(t) \\ \int_{t-h_M}^t e(s)ds \end{bmatrix}, \beta(t, s) = \begin{bmatrix} e(s) \\ \int_s^t \dot{e}(u)du \end{bmatrix},$$

$$A_1 = [e_1 - e_2, -e_1 - e_2 + 2e_5, e_1 - e_2 + 6e_5 - 12e_7],$$

$$A_2 = [e_2 - e_3, -e_2 - e_3 + 2e_6, e_2 - e_3 + 6e_6 - 12e_8],$$

$$A = [A_1, A_2],$$

$$\bar{Q}_{aug} = \text{diag}\{\bar{Q}, 3\bar{Q}, 5\bar{Q}\}, \bar{\Omega} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{aug} & \bar{S} \\ \bar{S}^T & \bar{Q}_{aug} \end{bmatrix},$$

$$X = X_p^{-1}, Y = KCX, X_M = I_M \otimes X,$$

$$X_{M,i} = \text{diag}\{X_M, \dots, X_M\},$$

i elements

$$P = X_{M,2} \bar{P} X_{M,2}^T, Q = X_M \bar{Q} X_M, R = X_{M,2} \bar{R} X_{M,2}^T,$$

$$S = X_M \bar{S} X_M, Q_{aug} = X_{M,3} \bar{Q}_{aug} X_{M,3}^T,$$

$$Q_{aug} = X_{M,6} \bar{Q}_{aug} X_{M,6}^T,$$

$$E_{1[h(t)]} = \text{sym}\{[e_4, e_1 - e_3]P[e_1, \eta_{[h(t)}]]^T\},$$

$$E_{2[h(t)]} = [e_1, e_0]R[e_1, e_0]^T - [e_3, e_1 - e_3]R[e_3, e_1 - e_3]^T + \text{sym}\{[e_0, e_4]R[\eta_{[h(t)}], h_M e_1 - \eta_{[h(t)}]]^T\},$$

$$E_3 = h_M^2 e_4 Q e_4^T - \Lambda \Omega \Lambda^T,$$

$$E_{ctrl} = \text{sym}\{[e_1 + e_2 + e_4] [-(I_m \otimes X) e_4^T + (I_m \otimes AX + E \otimes DX) e_1^T - (I_m \otimes BY) e_2^T]\},$$

$$E_{tot[h(t)]} = E_{1[h(t)]} + E_{2[h(t)]} + E_3 + E_{ctrl}.$$

다음은 주요 결과에 대한 정리이다.

정리 1. 양의 스칼라 h_M 이 주어지고, 조건 (6)~(8)을 만족하는 다음의 양의 정부호 행렬 $Q \in \mathbb{R}^{nm \times nm}$, $P, R \in \mathbb{R}^{2nm \times 2nm}$, 대각 행렬 $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 와 일반적인 행렬 $S \in \mathbb{R}^{nm \times nm}$, $Y \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 가 존재하면 시스템(2)는 점근적으로 안정하다.

$$E_{tot[h(t)=0]} < 0, \tag{6}$$

$$E_{tot[h(t)=h_M]} < 0, \tag{7}$$

$$\Omega > 0. \tag{8}$$

이때, 제어 이득은 $K = Y(CX)^{-1}$ 이다.

증명. 시스템의 안정성을 판별하기 위해 LKFs (5)의 도함수를 구한다. 먼저, $V_1(t)$ 의 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2\alpha^T(t) \bar{P} \dot{\alpha}(t) \\ &= 2 \begin{bmatrix} e(t) \\ \int_{t-h_M}^t e(s)ds \end{bmatrix}^T \bar{P} \begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ e(t) - e(t-h_M) \end{bmatrix} \\ &= 2 \begin{bmatrix} e(t) \\ \int_{t-h(t)}^t e(s)ds + \int_{t-h_M}^{t-h(t)} e(s)ds \end{bmatrix}^T \bar{P} \begin{bmatrix} \dot{e}(t) \\ e(t) - e(t-h_M) \end{bmatrix} \\ &= \zeta^T(t) \text{sym}\{[e_4, e_1 - e_3] \bar{P} \\ &\quad \times [e_1, h(t)e_5 + (h_M-h(t))e_6]^T\} \zeta(t). \end{aligned} \tag{9}$$

$V_2(t)$ 의 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2(t) &= \beta^T(t,t)\bar{R}\beta(t,t) - \beta^T(t,t-h_M)\bar{R}\beta(t-h_M) \\
 &\quad + \int_{t-h_M}^t \frac{d}{dt} \left(\left[\int_s^t \dot{e}(u)du \right]^T \bar{R} \left[\int_s^t \dot{e}(u)du \right] \right) ds \\
 &= \begin{bmatrix} e(t) \\ 0 \end{bmatrix}^T \bar{G} \begin{bmatrix} e(t) \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &\quad - \begin{bmatrix} e(t-h_M) \\ e(t) - e(t-h_M) \end{bmatrix}^T \bar{G} \begin{bmatrix} e(t-h_M) \\ e(t) - e(t-h_M) \end{bmatrix} \\
 &\quad + \text{sym} \left\{ \begin{bmatrix} \int_{t-h_M}^t e(s)ds \\ he(t) - \int_{t-h(t)}^t e(s)ds - \int_{t-h_M}^{t-h(t)} e(s)ds \end{bmatrix} \bar{R} \begin{bmatrix} 0 \\ e(t) \end{bmatrix} \right\} \\
 &= \zeta^T(t) [e_1, e_0] \bar{R} [e_1, e_0]^T - [e_3, e_1 - e_3] \bar{R} [e_3, e_1 - e_3]^T \\
 &\quad + \text{sym} [h(t)e_5 + (h_M - h(t))e_6, h_M e_1 \\
 &\quad - (h(t)e_5 + (h_M - h(t))e_6)] \bar{R} [e_0, e_4]^T \zeta(t). \tag{10}
 \end{aligned}$$

$V_3(t)$ 의 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_3(t) &= h_M \int_{t-h_M}^t \dot{e}^T(t) \bar{Q} \dot{e}(t) ds - h \int_{t-h_M}^t \dot{e}^T(s) \bar{Q} \dot{e}(s) ds \\
 &= h_M^2 \left(\dot{e}^T(t) \bar{Q} \dot{e}(t) \right) - h_M \left(\int_{t-h(t)}^t \dot{e}^T(s) \bar{Q} \dot{e}(s) ds \right) \\
 &\quad + \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}^T(s) \bar{Q} \dot{e}(s) ds. \tag{11}
 \end{aligned}$$

식 (11)의 적분 항에 보조정리 1을 사용한다. 먼저, 첫 번째 적분 항에 사용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
 &-h_M \int_{t-h(t)}^t \dot{e}^T(s) \bar{Q} \dot{e}(s) ds \\
 \leq & -\frac{h_M}{h(t)} \left(\int_{t-h(t)}^t \dot{e}(s) ds \right)^T \bar{Q} \left(\int_{t-h(t)}^t \dot{e}(s) ds \right) \\
 &- \frac{3h_M}{h(t)} \left(\int_{t-h(t)}^t \dot{e}(s) ds - \frac{2}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t \dot{e}(u) du ds \right)^T \bar{Q} \\
 &\quad \times \left(\int_{t-h(t)}^t \dot{e}(s) ds - \frac{2}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t \dot{e}(u) du ds \right) \\
 &- \frac{5h_M}{h(t)} \left(\int_{t-h(t)}^t \dot{e}(s) ds - \frac{6}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t \dot{e}(u) du ds \right) \\
 &\quad + \frac{12}{(h(t))^2} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t \int_u^t \dot{e}(v) dv du ds \Big)^T \bar{Q} \\
 &\quad \times \left(\int_{t-h(t)}^t \dot{e}(s) ds - \frac{6}{h(t)} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t \int_u^t \dot{e}(u) du ds \right) \\
 &\quad + \frac{12}{(h(t))^2} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t \int_u^t \dot{e}(v) dv du ds \Big)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{h_M}{h(t)} (e(t) - e(t-h(t)))^T \bar{Q} (e(t) - e(t-h(t))) \\
 &\quad - \frac{3h_M}{h(t)} \left(-e(t) - e(t-h(t)) + \frac{2}{h(t)} \int_s^t e(s) ds \right)^T \bar{Q} \\
 &\quad \times \left(-e(t) - e(t-h(t)) + \frac{2}{h(t)} \int_s^t e(s) ds \right) \\
 &\quad - \frac{5h_M}{h(t)} \left(e(t) - e(t-h(t)) + \frac{6}{h(t)} \int_s^t e(s) ds \right) \\
 &\quad - \frac{12}{(h(t))^2} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t e(u) du ds \Big)^T \bar{Q} \\
 &\quad \times \left(e(t) - e(t-h(t)) + \frac{6}{h(t)} \int_s^t e(s) ds \right) \\
 &\quad - \frac{12}{(h(t))^2} \int_{t-h(t)}^t \int_s^t e(u) du ds \Big) \\
 &= -\frac{h_M}{h(t)} \zeta^T(t) [e_1 - e_2] \bar{Q} [e_1 - e_2]^T \\
 &\quad + [-e_1 - e_2 + 2e_5] \bar{Q} [-e_1 - e_2 + 2e_5]^T \\
 &\quad + [e_1 - e_2 + 6e_5 - 12e_7] \bar{Q} \\
 &\quad \times [e_1 - e_2 + 6e_5 - 12e_7]^T \zeta(t). \tag{12}
 \end{aligned}$$

식 (11)의 두 번째 적분항은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
 &-h \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}^T(s) \bar{Q} \dot{e}(s) ds \\
 \leq & -\frac{h_M}{h_M - h(t)} \left(\int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}(s) ds \right)^T \bar{Q} \left(\int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}(s) ds \right) \\
 &- \frac{3h_M}{h_M - h(t)} \left(\int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}(s) ds \right) \\
 &\quad - \frac{2}{h_M - h(t)} \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \int_s^{t-h(t)} \dot{e}(u) du ds \Big)^T \\
 &\quad \times \bar{Q} \left(\int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}(s) ds \right) \\
 &\quad - \frac{2}{h_M - h(t)} \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \int_s^{t-h(t)} \dot{e}(u) du ds \Big) \\
 &- \frac{5h_M}{h_M - h(t)} \left(\int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}(s) ds \right) \\
 &\quad - \frac{6}{h_M - h(t)} \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \int_s^{t-h(t)} \dot{e}(u) du ds \\
 &\quad + \frac{12}{(h_M - h(t))^2} \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \int_s^{t-h(t)} \int_u^{t-h(t)} \dot{e}(v) dv du ds \Big)^T \\
 &\quad \times \bar{Q} \left(\int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}(s) ds \right) \\
 &\quad - \frac{6}{h_M - h(t)} \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \int_s^{t-h(t)} \dot{e}(u) du ds \\
 &\quad + \frac{12}{(h_M - h(t))^2} \int_{t-h_M}^{t-h(t)} \int_s^{t-h(t)} \int_u^{t-h(t)} \dot{e}(v) dv du ds \Big)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{h_M}{h_M-h(t)}(e(t-h(t))-e(t-h_M))^T \bar{Q} \\
 &\quad \times (e(t-h(t))-e(t-h_M)) \\
 &\quad -\frac{3h_M}{h_M-h(t)}(-e(t-h(t))-e(t-h_M)) \\
 &\quad +\frac{2}{h_M-h(t)}\int_{t-h_M}^{t-h(t)} e(s)ds \Big)^T \bar{Q} \\
 &\quad \times \left(e(t-h(t))-e(t-h_M)+\frac{2}{h_M-h(t)}\int_{t-h_M}^{t-h(t)} e(s)ds \right) \\
 &\quad -\frac{5h_M}{h_M-h(t)}(e(t-h(t))-e(t-h_M)) \\
 &\quad +\frac{6}{h_M-h(t)}\int_{t-h_M}^{t-h(t)} e(s)ds \\
 &\quad -\frac{12}{(h_M-h(t))^2}\int_{t-h_M}^{t-h(t)}\int_s^{t-h(t)} e(u)duds \Big)^T \bar{Q} \\
 &\quad \times \left(e(t-h(t))-e(t-h_M)+\frac{6}{h_M-h(t)}\int_{t-h_M}^{t-h(t)} e(s)ds \right. \\
 &\quad \left. -\frac{12}{(h_M-h(t))^2}\int_{t-h_M}^{t-h(t)}\int_s^{t-h(t)} e(u)duds \right) \\
 &= \frac{h_M}{h_M-h(t)}\zeta^T(t)\left([e_2-e_3]\bar{Q}[e_2-e_3]^T \right. \\
 &\quad +[-e_2-e_3+2e_6]\bar{Q}[-e_2-e_3+2e_6]^T \\
 &\quad +[e_2-e_3+6e_6-12e_8]\bar{Q} \\
 &\quad \left. \times [e_2-e_3+6e_6-12e_8]^T\right)\zeta(t). \tag{13}
 \end{aligned}$$

따라서 식 (11)에 보조정리 1을 사용하여 비선형 적 분항을 처리한 결과, 다음의 부등식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &-h_M\int_{t-h(t)}^t \dot{e}^T(s)\bar{Q}\dot{e}(s)ds \\
 &\leq -\frac{1}{\alpha}\zeta^T(t)\Lambda_{1[h(t)]}\bar{Q}_{aug}\Lambda_{1[h(t)]}^T\zeta(t), \tag{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-h_M\int_{t-h_M}^{t-h(t)} \dot{e}^T(s)\bar{Q}\dot{e}(s)ds \\
 &\leq -\frac{1}{1-\alpha}\zeta^T(t)\Lambda_{2[h(t)]}\bar{Q}_{aug}\Lambda_{2[h(t)]}^T\zeta(t). \tag{15}
 \end{aligned}$$

여기서 $a = \frac{h(t)}{h_M}$ 이다.

부등식 (14)과 (15)에 보조정리 2를 사용하면 $\dot{V}_3(t)$ 에 대한 상계 조건을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{V}_3(t) \leq \zeta^T(t)(h_M^2 e_4 \bar{Q} e_4^T - \Lambda \bar{\Omega} \Lambda^T)\zeta(t). \tag{16}$$

그리고 식 (5)의 도함수 상계에 영향을 주지 않는 영등식을 통해 오차 신호 시스템 (2)와 제어 이득에 대한 정보를 추가할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 0 &= -\dot{e}(t) + [(I_M \otimes A) + (E \otimes D)]e(t) \\
 &\quad - (I_M \otimes BKC)e(t-h(t)), \\
 0 &= 2\left\{ (I_M \otimes X_P)[e(t) + e(t-h(t)) + \dot{e}(t)]^T \right. \\
 &\quad \left. [-\dot{e}(t) + [(I_M \otimes A) + (E \otimes D)]e(t) \right. \\
 &\quad \left. - (I_M \otimes BKC)e(t-h(t))] \right\}. \tag{17}
 \end{aligned}$$

식 (9)-(17)을 더하게 되면 $\dot{V}(t)$ 의 상계를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq \zeta^T(t)\left(\text{sym}\left([e_4, e_1-e_3]\bar{P}[e_1, h(t)e_5 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (h_M-h(t))e_6\right]^T\right) \\
 &\quad + [e_1, e_0]\bar{R}[e_1, e_0]^T - [e_3, e_1-e_3]\bar{R}[e_3, e_1-e_3]^T \\
 &\quad + \text{sym}\{[h(t)e_5 + (h_M-h(t))e_6, h_M e_1 \\
 &\quad - (h(t)e_5 + (h_M-h(t))e_6)]\bar{R}[e_0, e_4]^T\} \\
 &\quad + h_M^2 e_4 \bar{Q} e_4^T - \Lambda \bar{\Omega} \Lambda^T + \text{Sym}\{[e_1 + e_2 + e_4](I_M \otimes X_P) \\
 &\quad \times [-e_4 + [(I_M \otimes A) + (E \otimes D)]e_1 - (I_M \otimes BKC)e_2]\}. \tag{18}
 \end{aligned}$$

식 (18)의 양변에 $X_{M,8}$ 을 좌우변에 곱을 하고, $KCX = Y$ 라고 정의하면, 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq \zeta^T(t)\left(\text{sym}\left([e_4, e_1-e_3]P[e_1, h(t)e_5 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (h_M-h(t))e_6\right]^T\right) \\
 &\quad + [e_1, e_0]R[e_1, e_0]^T - [e_3, e_1-e_3]R[e_3, e_1-e_3]^T \\
 &\quad + \text{sym}\{[h(t)e_5 + (h_M-h(t))e_6, h_M e_1 \\
 &\quad - (h(t)e_5 + (h_M-h(t))e_6)]R[e_0, e_4]^T\} \\
 &\quad + h_M^2 e_4 Q e_4^T - \Lambda \begin{bmatrix} Q_{aug} & S \\ S^T & Q_{aug} \end{bmatrix} \Lambda^T \\
 &\quad + \text{Sym}\{[e_1 + e_2 + e_4] \left[-(I_M \otimes X)e_4^T + [(I_M \otimes AX) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (E \otimes DX)]e_1^T - (I_M \otimes BY)e_2^T \right]\}\right)\zeta(t) \\
 &\leq \zeta^T(t)(\mathcal{E}_{1[h(t)]} + \mathcal{E}_{2[h(t)]} + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_{crr})\zeta(t) \\
 &= \zeta^T(t)\mathcal{E}_{tot[h(t)]}\zeta(t). \tag{19}
 \end{aligned}$$

그리고 선형 행렬 부등식 조건 (19)을 만족한다면, $\dot{V}(t)$ 가 음 한정 조건이 되어 Lyapunov 안정성 조건에 부합된다.

$$\mathcal{E}_{tot[h(t)]} < 0. \tag{20}$$

부등식 (20)의 왼쪽 항은 $h(t)$ 에 대해 affinely dependent하다. 즉, 조건 (6)~(8)이 만족하면 LKF 안정성 판별 원리에 따라 오차 신호 시스템 (2)는 $0 \leq h(t) \leq h_M$

에서 접근적으로 안정함이 보장된다.

Remark 2. 시스템의 입력에 임의의 제어 이득 K 를 고려하여 안정화 조건을 유도한다. 이 때, 제어 입력은 $u_i(t) = KC(x_o(t) - x_i(t))$ 으로 표현된다. 시스템의 정보와 임의의 행렬 K 가 함께 포함된 식 (17)을 안정성 분석에 고려함으로써, 조건 (6)~(8)을 얻을 수 있다. 조건 (6)~(8)을 만족할 때, 안정성이 보장되는 최대 시변 지연 h_M 을 얻을 수 있으며, 제어 이득 행렬 K 를 얻을 수 있다.

Remark 3. 본 연구는 배터리 시스템의 능동 셀 밸런싱에 이상적인 2차 RC 회로 모델을 적용하였다. 배터리 간 잔여 충전용량의 정보 공유 전략을 소개하기 위해서 각 배터리를 노드화 하여 그래프 G 를 유도하고, 제안된 제어기 설계 방법을 적용하면 충전 과정에서 충전용량의 균형을 수행할 수 있다. 즉, 이상적인 배터리 시스템 환경을 고려한 다량의 배터리에 대한 MASs의 충전용량 동기화 연구에서 가치치 없는 그래프 G 와 매개 중심성 분석된 G_c 에 따른 동기화 성능 차이에 초점을 둔 연구이다.

IV. 지연 피드백 제어 결과 및 성능 분석

그림 1에서 제시한 등가회로를 통해 배터리 시스템 동기화를 시뮬레이션하기 위하여 설정된 파라미터 값들은 다음과 같다⁹⁾.

예제 1. 다음의 수치를 갖는 시스템 (2)와 MASs 구조(3),(4)를 고려하자.

$$R_s = 3.6396 \times 10^{-4}, R_{is} = 2.8325 \times 10^{-4}, R_{il} = 41.962 \times 10^{-4},$$

$$C_s = 21.647, C_{il} = 56.673, C_c = C_{is}, C_{cs} = 3.6C_c.$$

중심성 분석을 사용하지 않고 그래프 이론만을 적용한 그래프 G 일 때, 정리 1을 통하여 보장할 수 있는 지연시간은 0.3452 [s]이며, G_c 일 때 보장할 수 있는

표 1. MASs의 그래프와 시간 지연에 따른 제어 이득
Table 1. Controller gains of various graphs and delays.

Graph	h_M	controller gain (K)
G	0.3452	$K = [-3.4753, 42.4434, -3.4585]$
G_C	0.3452	$K = [-0.5709, 45.2743, -0.5942]$
G_c	0.3489	$K = [-0.4861, 44.5306, -0.4859]$

지연시간은 0.3489 [s]이다. 이에 따른 제어 이득은 표 1에 나타내었다.

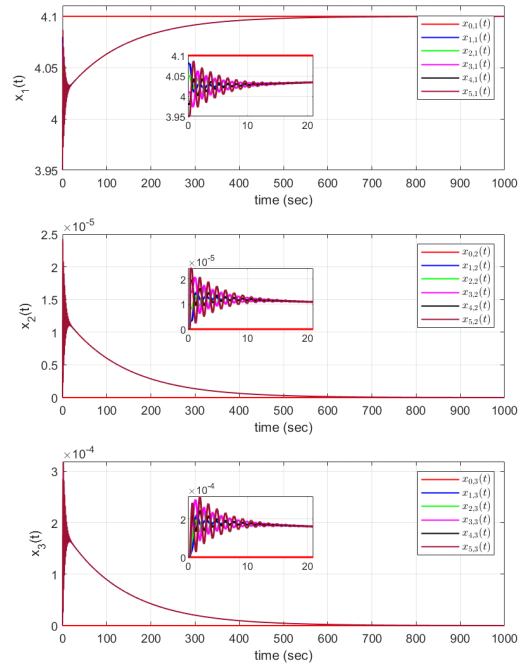


그림 4. G 를 고려한 시스템의 상태 궤적 ($h_M = 0.3452$)
Fig. 4. State trajectories of MASs with G ($h_M = 0.3452$)

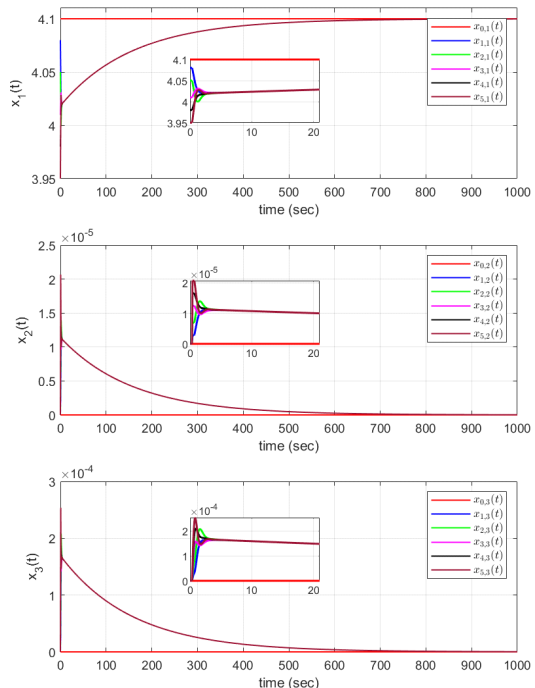


그림 5. G_c 를 고려한 시스템의 상태 궤적 ($h_M = 0.3452$)
Fig. 5. State trajectories of MASs with G_c ($h_M = 0.3452$)

이에 따른 결과는 그림 4~그림 8을 통해 확인할 수 있으며, 이 네트워크들의 리더는 $x_0 = [4.1, 0, 0]^T$ 이다. 그림 4는 그래프 G 에서 지연시간은 0.3452 [s]일 때의 각 시스템 상태 궤적을 나타내었다. 그림 5에서는 그래프 G_c 에서 지연시간 0.3452 [s]의 상태 궤적을 나타내었으며 이를 통하여 두 네트워크에서 모두 지연시간이 0.3452 [s]일 때 안정적으로 리더를 추종함을 알 수 있으며, 그래프 G_c 의 경우 그래프 G 보다 각 시스템이 서로 동기화가 더 빠르게 됨을 볼 수 있다.

그림 6은 각 시스템 간에 주고받은 입력의 합을 나타냈으며 수식은 다음과 같다.

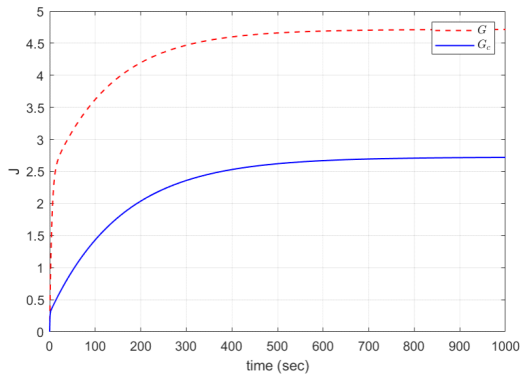


그림 6. 각 시스템의 입력 합 ($h_M = 0.3452$)
Fig. 6. Sum of inputs for each system ($h_M = 0.3452$)

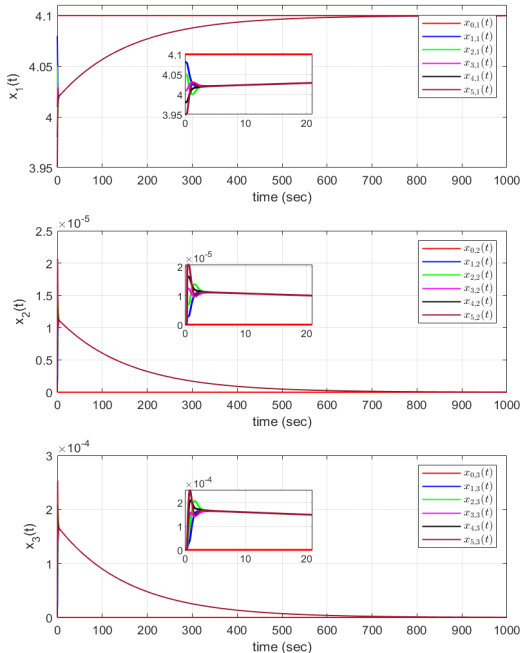


그림 7. G_c 를 고려한 시스템의 상태 궤적 ($h_M = 0.3489$)
Fig. 7. State trajectories of MASs with G_c ($h_M = 0.3489$)

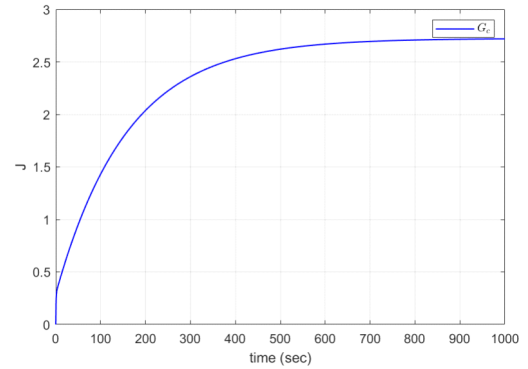


그림 8. 각 시스템의 입력 합 ($h_M = 0.3489$)
Fig. 8. Sum of inputs for each system ($h_M = 0.3489$)

$$J = \sum_{i=1}^5 |u_i(t)|. \quad (21)$$

이를 통하여 그래프 G_c 를 사용하였을 때 그래프 G 보다 더 적은 입력을 사용함을 볼 수 있다.

그림 7은 지연시간이 0.3489 [s]일 때, 그래프 G_c 를 사용한 결과이며, 정리 1을 통하여 얻은 최대 지연시간에서도 안정성을 보장함을 볼 수 있다. 그리고 그림 8은 지연시간이 0.3489 [s]일 때 수식 (16)를 통한 입력의 합을 보인다.

V. 결론

본 논문은 지연된 입력이 존재하는 배터리 시스템의 셀 밸런싱을 위한 MASs 시스템의 동기화 전략을 연구하였다. 잔여 충전용량의 균형을 위한 밸런싱 경로를 그래프로 표현하고, 이상적인 2차 RC 배터리 시스템을 활용하여 LKF 기반 안정성 조건을 유도하였다. 본 연구의 결과는 LKF 안정성 기법을 기반으로 지연된 입력에 강인한 능동 셀 밸런싱 제어기 설계가 가능함을 보였고, 중심성 분석을 이용한 밸런싱 경로를 활용하면 입력에 지연 현상이 존재할 때, 더 큰 시간 지연에 대해 안정성을 보장할 수 있는 제어기 설계가 가능함을 보였다. 또한, 균형을 위해 사용된 전류입력의 총량을 줄일 수 있음을 보여줌으로 제안된 연구 방법이 능동 셀 밸런싱 과정의 전력손실을 개선할 수 있다는 새로운 관점을 제시하였다.

References

[1] C. H. Kim, M. Y. Kim, H. S. Park, and G. W.

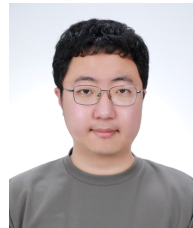
- Moon, "A modularized two-stage charge equalizer with cell selection switches for series-connected lithium-ion battery string in an HEV," *IEEE Trans. Power Electr.*, vol. 27, no. 8, pp. 3764-3774, 2012.
(<https://doi.org/10.1109/TPEL.2012.2185248>)
- [2] J. Carter, Z. Fan, and J. Cao, "Cell equalisation circuits: A review," *J. Power Sources*, vol. 448, pp. 227-489, 2020.
(<https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2019.227489>)
- [3] X. M. Zhang, Q. L. Han, A. Seuret, F. Gouaisbaut, and Y. He, "Overview of recent advances in stability of linear systems with time-varying delays," *IET Contr. Theory Appl.*, vol. 13, no. 1, pp. 1-16, 2019.
(<https://doi.org/10.1049/iet-cta.2018.5188>)
- [4] P. G. Park, W. I. Lee, and S. Y. Lee, "Stability on time delay systems: A survey," *J. Inst. Contr. Robot. Syst.*, vol. 20, no. 3, pp. 289-297, 2014.
(<https://doi.org/10.5302/J.ICROS.2014.14.9016>)
- [5] P. G. Park, W. I. Lee, and S. Y. Lee, "Auxiliary function-based integral inequalities for quadratic functions and their applications to time-delay systems," *J. Frankl. Inst.* vol. 352, no. 4, pp. 1378-1396, 2015.
(<https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2015.01.004>)
- [6] P. G. Park, J. W. Ko, and C. Jeong, "Reciprocally convex approach to stability of systems with time-varying delays," *Automatica*, vol. 47, no. 1, pp. 235-238, 2011.
(<https://doi.org/10.1016/j.automatica.2010.10.014>)
- [7] O. M. Kwon, S. H. Lee, M. J. Park, and S. M. Lee, "Augmented zero equality approach to stability for linear systems with time-varying delay," *Appl. Math. Comput.*, vol. 381, 2020.
(<https://doi.org/10.1016/j.amc.2020.125329>)
- [8] I. Bistritz and N. Bambos, "Consensus-based stochastic control for model-free cell balancing," *IEEE Trans. Control Netw. Syst.*, vol. 8, no. 3, pp. 1139-1150, 2021.
(<https://doi.org/10.1109/TCNS.2021.3058869>)
- [9] R. G. Alarcon, M. A. Alarcon, A. H. Gonzalez, and A. Ferramosca, "State-space modelling of a commercial lithium-ion battery," *2021 XIX Wkshp. Inf. Process. and Control*, 2021.
(<https://doi.org/10.1109/RPIC53795.2021.9648521>)
- [10] Y. G. Lee, M. J. Park, and O. M. Kwon, "Betweenness-centrality-based-pinning control approach to nonlinear multi-agent systems," *IEEE Trans. Cir. Syst. II-Express Briefs*, vol. 71, no. 3, pp. 1216-1220, 2024.
(<https://doi.org/10.1109/TCSII.2023.3326677>)

이 찬 우 (Chan-woo Lee)



2024년 2월 : 충북대학교 전기공학부 학사
2024년 3월~현재 : 충북대학교 전기공학부 석사과정
<관심분야> 시변 시간지연, 비선형 시스템 제어
[ORCID:0009-0000-1159-886X]

김 영 재 (Yeong-jae Kim)



2020년 2월 : 충북대학교 전기공학부 학사
2020년 3월~현재 : 충북대학교 전기공학부 석·박사 통합과정
<관심분야> 시변 시간지연, 샘플데이터 제어
[ORCID:0000-0002-4122-1593]

이 용 권 (Yong-gwon Lee)



2020년 2월: 충북대학교 전기
공학부 학사
2020년 3월~현재: 충북대학교
전기공학부 석·박사 통합과
정
<관심분야> 시변 시간지연, 다
개체 군집제어

[ORCID:0000-0001-8597-2746]

이 승 훈 (Seung-hoon Lee)



2014년 2월: 충북대학교 전기
공학부 학사
2016년 2월: 충북대학교 전기
공학부 석사
2020년 2월: 충북대학교 전기
공학부 박사
2020년~2024년 2월: 그린에너
지연구소 박사 후 연구원

2024년 3월~현재: 한국해양대학교 전기전자공학부
조교수

<관심분야> 시변 시간지연, 샘플데이터 제어

[ORCID:0000-0003-3501-1415]

권 오 민 (Oh-min Kwon)



1997년 2월: 경북대학교 전자
공학과 학사
1999년 2월: 포항공과대학 전
기전자공학과 석사
2004년 2월: 포항공과대학 전
기전자공학과 박사
2004년~2006년: 삼성중공업

2006년~현재: 충북대학교 전기공학부 교수

<관심분야> 시변 시간지연, 안정성 해석

[ORCID:0000-0002-4777-7912]

윤 재 중 (Jae-jung Yun)



2006년 2월: 한양대학교 전기
전자컴퓨터공학부 학사
2008년 2월: 포항공과대학
전기전자공학과 석사
2012년 2월: 포항공과대학
전기전자공학과 박사
2012년~2013년: 삼성종합기술원

2013년~2014년: 삼성전자 DMC R&D 센터

2014~2020: 대구대학교 전기전자공학부 조교수

2020년~현재: 충북대학교 전기공학부 조교수

<관심분야> 전력전자, 배터리관리시스템

[ORCID:0000-0002-7733-8021]